UNIVERZITET U NIŠU

FAKULTET ZAŠTITE NA RADU U NIŠU

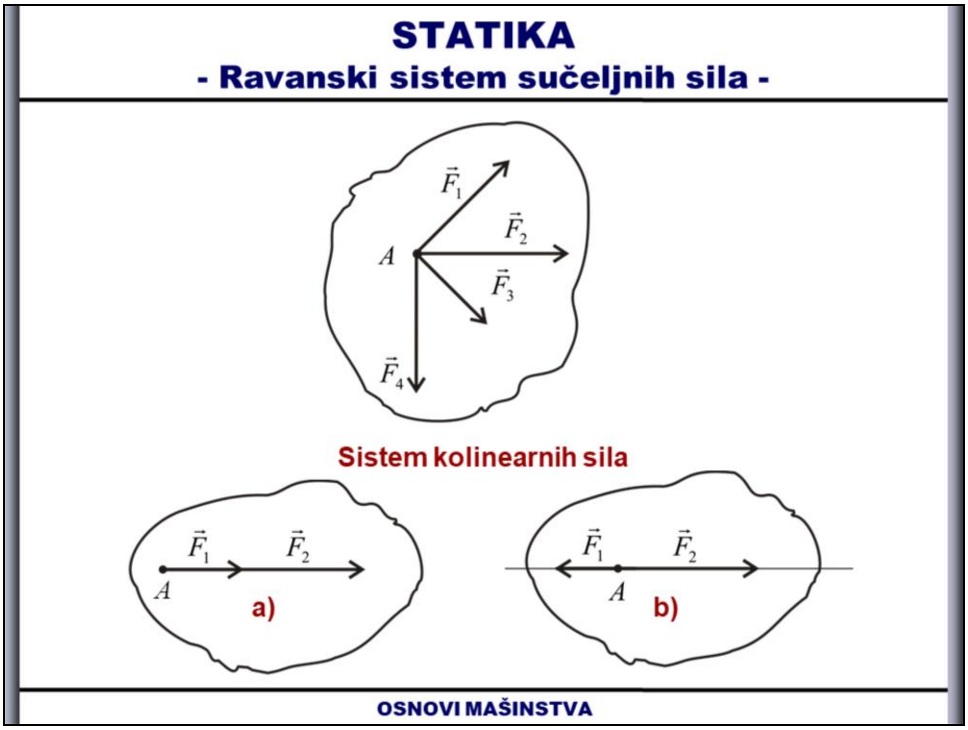
OSNOVI MAŠINSTVA

- PREZENTACIJA BR. 3 -

Dr Darko Mihajlov, vanr. prof.

SADRŽAJ PREZENTACIJE

- Ravanski sistem sučeljnih sila:
  - Rezultanta dveju sila,
  - Rezultanta ravanskog sistema sučeljnih sila,
  - Uslov ravnoteže ravanskog sistema sučeljnih sila,
  - Analitički način određivanja rezultante ravanskog sistema sučeljnih sila,
  - Jednačine ravnoteže ravanskog sistema sučeljnih sila;
- Moment sile za tačku;
- Moment sile za osu.



Ravanski sistem sučeljnih sila je sistem sila koje su raspoređene u ravni i pritom im se napadne linije seku u jednoj tački.

Sve sile sistema sučeljnih sila se mogu primenom *Teoreme o pomeranju sile duž napadne linije* pomeriti duž napadnih linija tako da im napadna tačka bude tačka preseka njihovih napadnih linija – tačka sučeljavanja sila.

Slaganjem sistema sučeljnih sila dobija se jedna sila – REZULTANTA.

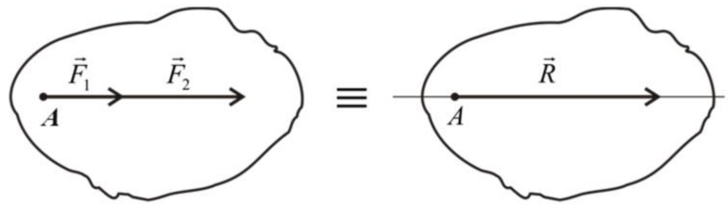
Sistem sučeljnih sila je u ravnoteži ako je intenzitet rezultante jednak nuli.

Sistem kolinearnih sila predstavlja specijalni slučaj sučeljnog sistema sila kada sve napadne linije sistema sila leže na jednoj pravoj.

REZULTANTA DVEJU SILA

1. Rezultanta dveju kolinearnih sila

1.1 *Rezultanta dveju kolinearnih sila istog smera*



Slaganje dveju sila istog pravca, istog smera, sa istom napadnom tačkom

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2, \quad \alpha = 0;$$

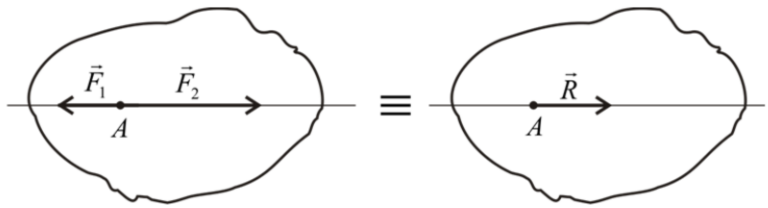
$$(A4) \Rightarrow R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos 0^\circ} \Rightarrow R = F_1 + F_2$$

Rezultanta dveju sila istog smera, koje leže na istoj napadnoj liniji i napadaju istu tačku, predstavlja vektor čiji je intenzitet jednak zbiru intenziteta datih sila, leži na istoj napadnoj liniji, ima smer datih sila i istu napadnu tačku.

STATIKA
- Ravanski sistem sučeljnih sila -

REZULTANTA DVEJU SILA

1.2 *Rezultanta dveju kolinearnih sila suprotnog smera*



Slaganje dveju sila istog pravca, suprotnog smera, sa istom napadnom tačkom

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2; \;\; \alpha = 180^\circ;$$

$$(A4) \Rightarrow R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos 180^\circ} \Rightarrow R = F_2 - F_1, \;\; F_2 > F_1$$

OSNOVI MAŠINSTVA

Rezultanta dveju sila suprotnog smera, koje leže na istoj napadnoj liniji i napadaju istu tačku, predstavlja vektor čiji je intenzitet jednak razlici intenziteta datih sila, leži na istoj napadnoj liniji i ima smer sile većeg intenziteta.

REZULTANTA DVEJU SILA

2. Rezultanta dveju sila čije se napadne linije seku pod uglom α, $\alpha \neq 0°$ i $\alpha \neq 180°$ (1/3)

Rezultantu je moguće odrediti na dva načina:

- ✓ **Primenom Pravila paralelograma ili**
- ✓ **Primenom Pravila trougla**

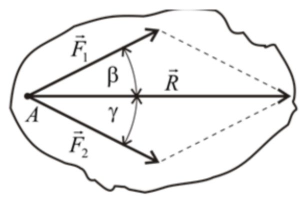
STATIKA

- Ravanski sistem sučeljnih sila -

REZULTANTA DVEJU SILA

2. Rezultanta dveju sila čije se napadne linije seku pod uglom α, $\alpha \neq 0^o$ i $\alpha \neq 180^o$ (2/3)

Pravilo paralelograma



$$\beta + \gamma = \alpha$$

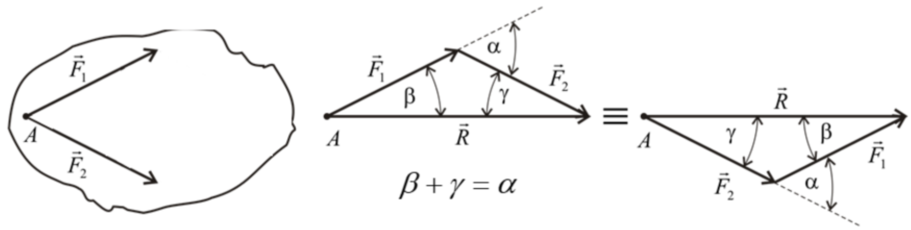
$$R^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\alpha$$

Rezultanta dveju sila čije se napadne linije seku pod uglom α, tako da je $\alpha \neq 0^o$ i $\alpha \neq 180^o$, predstavlja vektor koji je po aksiomi (*A*4) određen dijagonalom paralelograma konstruisanog nad tim silama kao njegovim stranicama.

REZULTANTA DVEJU SILA

2. Rezultanta dveju sila čije se napadne linije seku pod uglom α, $\alpha \neq 0^\circ$ i $\alpha \neq 180^\circ$ (3/3)

Pravilo trougla



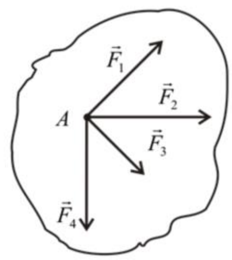
$$\beta + \gamma = \alpha$$

$$\frac{F_1}{\sin\gamma} = \frac{F_2}{\sin\beta} = \frac{R}{\sin\left(180^\circ - \alpha\right)} = \frac{R}{\sin\alpha}$$

Određivanje rezultante se zasniva na primeni sinusne teoreme kod trougla.

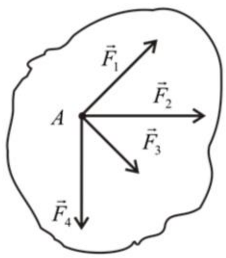
REZULTANTA RAVANSKOG SISTEMA SUČELJNIH SILA

(1) **Ravanski sistem od *n* sila $\left(\vec{F}_1, \vec{F}_2, ..., \vec{F}_n\right)$ dejstvuje u tački A. Usvaja se *n* = 4 .**



REZULTANTA RAVANSKOG SISTEMA SUČELJNIH SILA

(2) Primena pravila trougla sila tri puta:

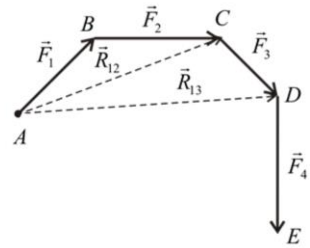


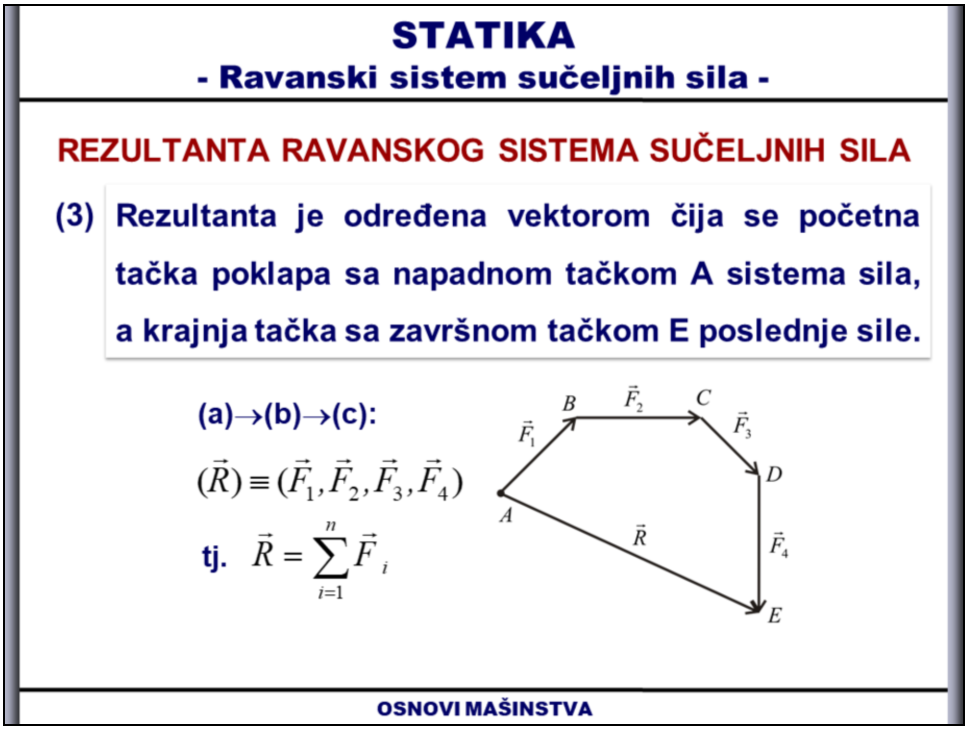
Konstruiše se otvoreni poligon sila čije su stranice sile datog sistema:

$$\left(\vec{R}_{12}\right) \equiv \left(\vec{F}_1, \vec{F}_2\right) \quad \textbf{(a)}$$

$$\left(\vec{R}_{13}\right) \equiv \left(\vec{R}_{12}, \vec{F}_3\right) \quad \textbf{(b)}$$

$$\left(\vec{R}\right) \equiv \left(\vec{R}_{13}, \vec{F}_4\right) \quad \textbf{(c)}$$





Zaključak:

1. Rezultanta ravanskog sistema sučeljnih sila jednaka je vektorskom zbiru datih sila i dejstvuje u tački sučeljavanja sila.
2. Rezultanta je određena završnom stranicom poligona sila čije stranice predstavljaju date sile po intenzitetu, pravcu i smeru (pravilo poligona sila).
3. Redosled nanošenja sila pri konstrukciji poligona nije bitan.

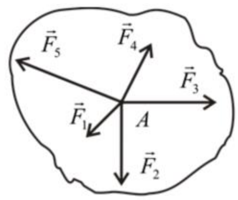
STATIKA

- Ravanski sistem sučeljnih sila -

USLOV RAVNOTEŽE RAVANSKOG SISTEMA SUČELJNIH SILA (1/4)

(1) **Uravnoteženi sistem od *n* sila napada tačku A.**

$$\left(\vec{F}_1, \vec{F}_2, ..., \vec{F}_n\right) \equiv 0$$



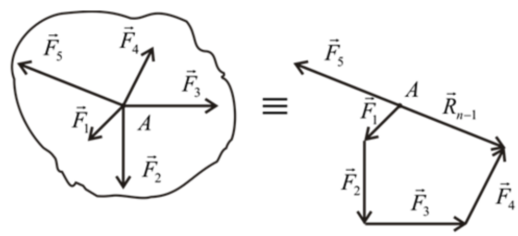
STATIKA

- Ravanski sistem sučeljnih sila -

USLOV RAVNOTEŽE RAVANSKOG SISTEMA SUČELJNIH SILA (2/4)

(2) **Slaganje sistema od (*n*-1) sile u rezultantu $\vec{R}_{n-1}$ po pravilu poligona sila.**

$$\left(\vec{R}_{n-1}\right) \equiv \left(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \ldots, \vec{F}_{n-1}\right) \text{, tj. } \vec{R}_{n-1} = \sum_{i=1}^{n-1} \vec{F}_i \quad \text{(a)}$$



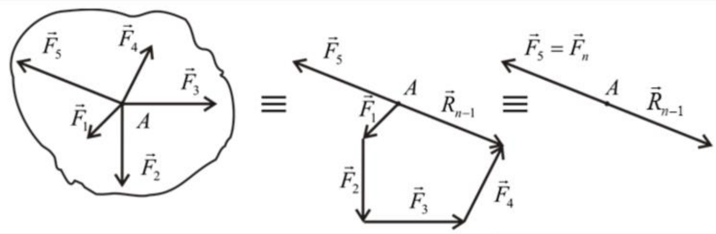
STATIKA

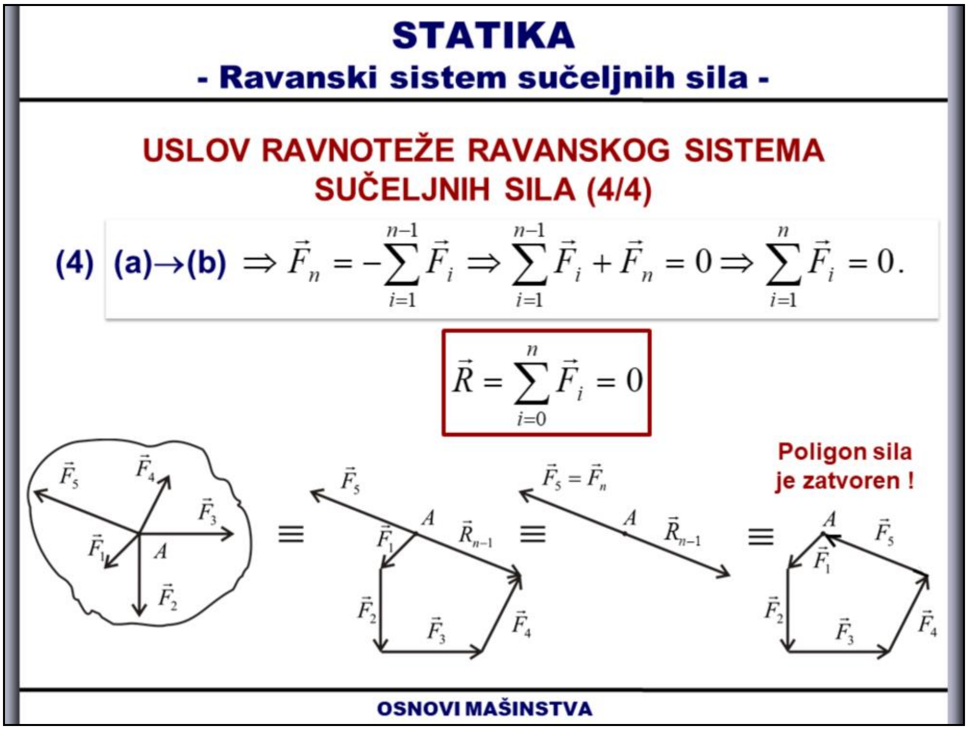
- Ravanski sistem sučeljnih sila -

USLOV RAVNOTEŽE RAVANSKOG SISTEMA SUČELJNIH SILA (3/4)

(3) **Dati sistem sila je sveden na dve sile: $\vec{R}_{n-1}$ i $\vec{F}_n$.**

Za ravnotežu ovih dveju sila je na osnovu (*A*2) potrebno da su istog intenziteta, suprotnog smera i da leže na istoj napadnoj liniji: $\vec{F}_n = -\vec{R}_{n-1}$ **(b)**



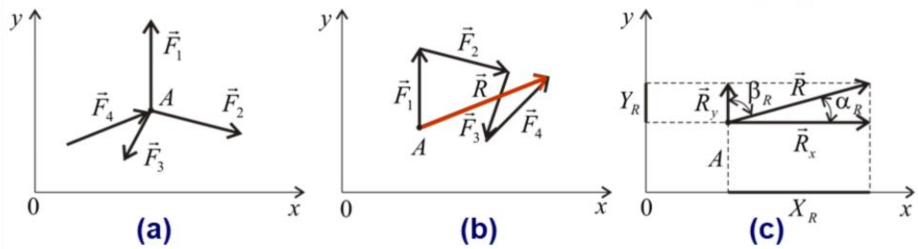


Za ravnotežu ravanskog sistema sučeljnih sila je potrebno i dovoljno da njihova rezultanta bude jednaka nuli, tj. da je vektorski zbir datih sila jednak nuli.

Izvedeni izraz predstavlja osnovni vektorski oblik uslova ravnoteže sistema sučeljnih sila.

Tada je poligon sila zatvoren !

ANALITIČKI NAČIN ODREĐIVANJA REZULTANTE RAVANSKOG SISTEMA SUČELJNIH SILA (1/5)



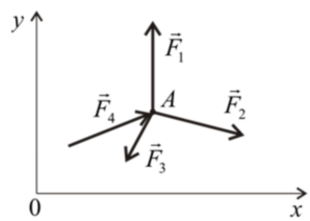
a) Tačku A napadaju četiri sile;

b) Konstrukcija poligona ravanskih sila;

c) Razlaganje rezultante na komponente i projekcije rezultante sistema sučeljnih sila na ose *x* i *y*.

ANALITIČKI NAČIN ODREĐIVANJA REZULTANTE RAVANSKOG SISTEMA SUČELJNIH SILA (2/5)

(a) **Ravanski sistema sučeljnih sila** $\vec{F}_i (i = 1, \ldots, n)$ **napada tačku A krutog tela.**

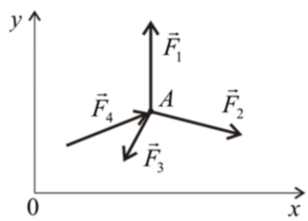


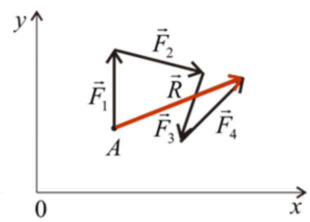
STATIKA
- Ravanski sistem sučeljnih sila -

ANALITIČKI NAČIN ODREĐIVANJA REZULTANTE RAVANSKOG SISTEMA SUČELJNIH SILA (3/5)

(b) **Određivanje vektora rezultante $\vec{R}$ primenom pravila trougla sila:**

$$\vec{R} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$$





STATIKA
- Ravanski sistem sučeljnih sila -

ANALITIČKI NAČIN ODREĐIVANJA REZULTANTE RAVANSKOG SISTEMA SUČELJNIH SILA (4/5)

(b)

$$X_i = F_i \cos\alpha_i ;$$

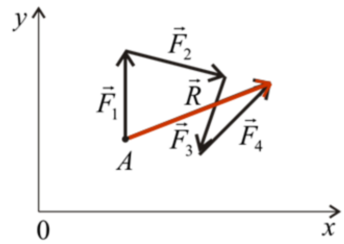
$$X_R = \sum_{i=1}^{n} X_i = \sum_{i=1}^{n} F_i \cos\alpha_i ;$$

$$X_R = R\cos\alpha_R .$$

$$Y_i = F_i \cos\beta_i ;$$

$$Y_R = \sum_{i=1}^{n} Y_i = \sum_{i=1}^{n} F_i \cos\beta_i ;$$

$$Y_R = R\cos\beta_R .$$



$$\alpha_i = \sphericalangle(F_i, x)$$

$$\beta_i = \sphericalangle(F_i, y)$$

Projekcija rezultante ravanskog sistema sučeljnih sila na ma koju osu jednaka je algebarskom zbiru projekcija datih sila na istu osu.

ANALITIČKI NAČIN ODREĐIVANJA REZULTANTE RAVANSKOG SISTEMA SUČELJNIH SILA (5/5)

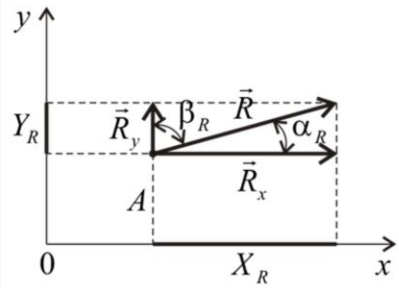
(c)

$$\vec{R} = \vec{R}_x + \vec{R}_y = X_R\,\vec{i} + Y_R\,\vec{j}$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{X_R^2 + Y_R^2};$$

$$\cos\alpha_R = \frac{X_R}{R};\ \cos\beta_R = \frac{Y_R}{R}$$

$$tg\,\alpha_R = \frac{Y_R}{X_R}$$



$$\alpha_R = \sphericalangle(x, R)$$

$$\beta_R = \sphericalangle(R_i, y)$$

STATIKA

- Ravanski sistem sučeljnih sila -

JEDNAČINE RAVNOTEŽE RAVANSKOG SISTEMA SUČELJNIH SILA

Osnovni oblik uslova ravnoteže: $\vec{R} = 0$

Ako je $\vec{R} = 0$**, tada je i** $R = 0$ **(a)**

$R = \sqrt{X_R^2 + Y_R^2}$; **(b)**

$X_R = \sum_{i=1}^{n} X_i$; $Y_R = \sum_{i=1}^{n} Y_i$. **(c)**

(b)→(a) $\Rightarrow X_R^2 + Y_R^2 = 0 \Rightarrow X_R = 0\,,\ Y_R = 0.$ **(d)**

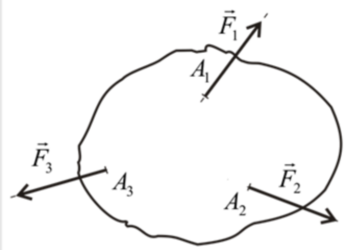
(c)→(d) $\boxed{\Rightarrow (1) \sum_{i=1}^{n} X_i = 0; \quad (2) \sum_{i=1}^{n} Y_i = 0}$ **jednačine ravnoteže**

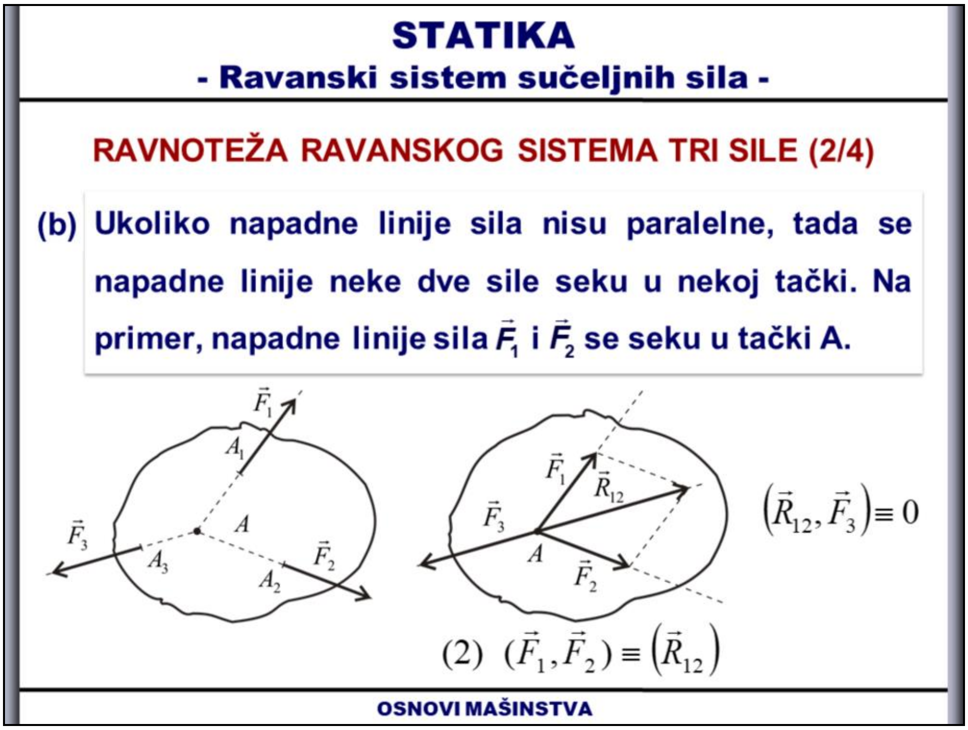
Za ravnotežu ravanskog sistema sučeljnih sila je potrebno i dovoljno da su algebarski zbirovi projekcija svih sila na dve uzajamno ortogonalne ose jednaki nuli.

RAVNOTEŽA RAVANSKOG SISTEMA TRI SILE (1/4)

(a) **Da bi telo koje napadaju tri sile bilo u ravnoteži, mora da bude ispunjen uslov:**

$$(1)\quad \left(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3\right) \equiv 0$$





Ukoliko napadne linije sila nisu paralelne, tada se napadne linije neke dve sile seku u nekoj tački. Na primer, napadne linije sila F_1 i F_2 se seku u tački A.

Sile F_1 i F_2 se na osnovu *Teoreme o pomeranju sile* pomere u napadnu tačku A, a zatim se slože u rezultantu po aksiomi (*A*4): izraz (2).

Kako su po pretpostavci sile u ravnoteži, sledi da rezultanta ovih dveju sila i treća sila moraju da budu jednake po intenzitetu, da dejstvuju na istoj napadnoj liniji i da su suprotnog smera.

Ovaj uslov je zadovoljen jedino ako napadna linija treće sile prolazi kroz tačku A, koja je presečna tačka napadnih linija prve i druge sile, i ako je R_{12}=-F_3, odnosno (R_{12}, F_3)=0.

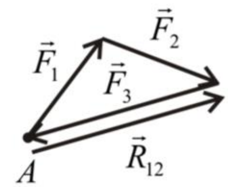
Iz (*A*2) sledi da R_{12} i F_3 moraju da leže na istoj napadnoj liniji i da su jednakih intenziteta, a suprotnih smerova, tj. da napadna linija sile mora prolazi kroz tačku preseka A napadnih linija druge dve sile.

STATIKA
- Ravanski sistem sučeljnih sila -

RAVNOTEŽA RAVANSKOG SISTEMA TRI SILE (3/4)

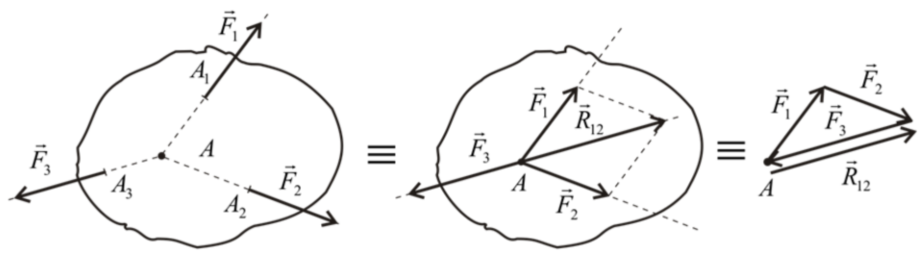
(c) Sile $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ i $\vec{F}_3$ obrazuju zatvoren trougao sila, jer je $\vec{F}_3 = -\vec{R}_{12}$, i u ravnoteži su:

$$\left(\vec{R}_{12},\, \vec{F}_3\right) \equiv \left(\vec{F}_1,\, \vec{F}_2,\, \vec{F}_3\right) \equiv 0$$



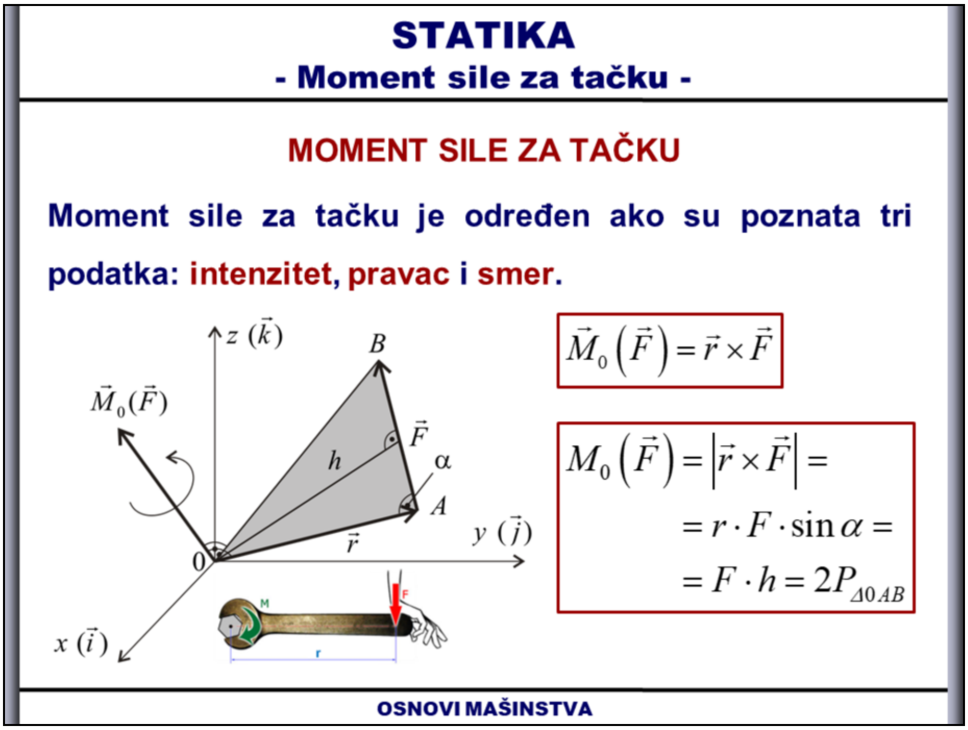
STATIKA
- Ravanski sistem sučeljnih sila -

RAVNOTEŽA RAVANSKOG SISTEMA TRI SILE (4/4)



OSNOVI MAŠINSTVA

Za ravnotežu sistema tri sile čije napadne linije leže u jednoj ravni i nisu paralelne, potrebno je i dovoljno da date sile obrazuju zatvoreni trougao sila i da se njihove napadne linije seku u jednoj tački.



Ako je telo vezano u jednoj tački za **nepokretni zglob**, tada se telo pod dejstvom sile može obrtati oko zgloba.

Obrtno dejstvo sile se objašnjava pomoću novog statičkog pojma - **momenta sile za tačku**.

Ako sila F dejstvuje na kruto telo koje je zglobno vezano u tački 0, tada će se telo obrtati oko ose koja prolazi kroz tačku 0, a upravna je na ravan koju obrazuju sila F i tačka 0.

Moment sile za tačku je određen ako su poznata tri podatka: intenzitet, pravac i smer.

Moment sile za tačku je vektor koji je jednak vektorskom proizvodu vektora položaja napadne tačke sile i vektora sile: M = r x F.

Vektorski proizvod dva vektora određuje treći vektor koji je upravan na ravan koju obrazuju dati vektori i po intenzitetu je jednak površini paralelograma konstruisanog nad tim vektorima, odnosno dvostrukoj povšini trougla 0*AB*.

Intenzitet vektora momenta sile za tačku je dat izrazom izrazom na slajdu. Jedinica za moment sile je izvedena veličina [Nm].

Pravac vektora momenta sile za tačku je određen pravom koja prolazi kroz momentnu tačku 0 i upravna je na ravan obrtanja.

Za rešavanje statičkih problema u ravni, s obzirom na to da se sve sile i momentne tačke nalaze u istoj ravni, dovoljno je da se odrede intenzitet momenta i smer obrtanja koji se obeležava kružnom strelicom u toj ravni.

Moment sile se menja u zavisnosti od izbora momentne tačke, jer to uslovljava promenu dužine kraka sile, odnosno promenu visine trougla *h*. Izuzetak je u slučaju kada se izabere nova momentna tačka na pravoj paralelnoj napadnoj liniji sile.

Moment sile za tačku je jednak nuli ako napadna linija sile prolazi kroz momentnu tačku, jer je tada dužina kraka *h* = 0.

STATIKA

- Moment dveju sučeljnih sila za tačku -

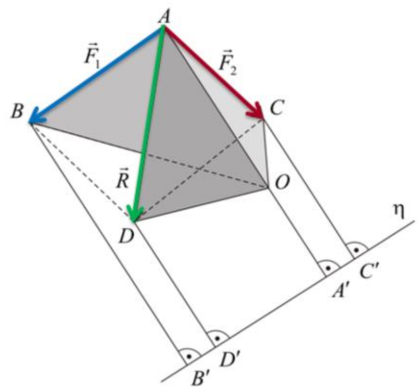
MOMENT DVEJU SUČELJNIH SILA ZA TAČKU (1/3)

(A4) : $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$

$$M_O\left(\vec{F}_1\right) = 2P_{\Delta OAB} = +OA \cdot A'B';$$

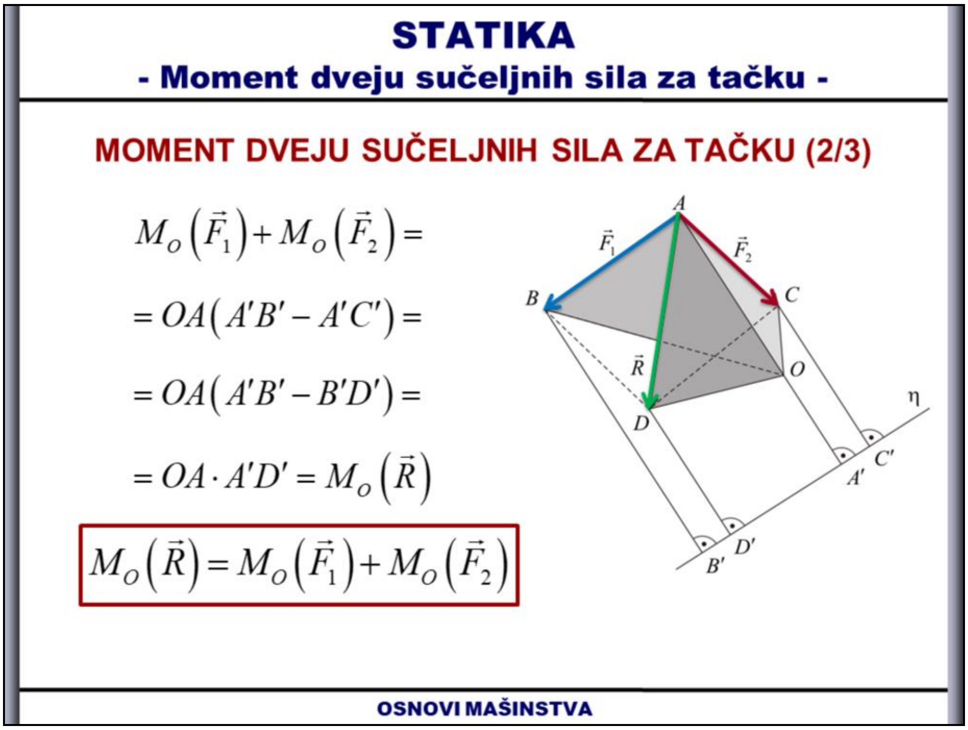
$$M_O\left(\vec{F}_2\right) = 2P_{\Delta OAC} = -OA \cdot A'C';$$

$$M_O\left(\vec{R}\right) = 2P_{\Delta OAD} = OA \cdot A'D';$$



OSNOVI MAŠINSTVA

1. Sile F_1 i F_2 napadaju tačku *A*. Tačka *O* je izabrana za momentnu tačku. Rezultanta R ovih sila je određena primenom pravila o paralelogramu sila (*A*4).
2. Momentna tačka *O* je spojena sa temenima paralelograma *A*, *B*, *C* i *D*. Tako su konstruisani trouglovi: *OAB*, *OAC* i *OAD*.
3. Upravno na pravac *OA* nacrtana je proizvoljna prava η i na nju su projektovana temena paralelograma. Tako su određene visine trouglova A'B', A'C' i A'D'.
4. Kada su poznate visine trouglova, moguće je odrediti momente pojedinih sila za sučeljnu tačku A.



Moment rezultante dveju sučeljnih sila za tačku koja leži u njihovoj ravni jednak je algebarskom zbiru momenata tih sila za istu tačku.

STATIKA

- Moment dveju sučeljnih sila za tačku -

MOMENT DVEJU SUČELJNIH SILA ZA TAČKU (3/3)

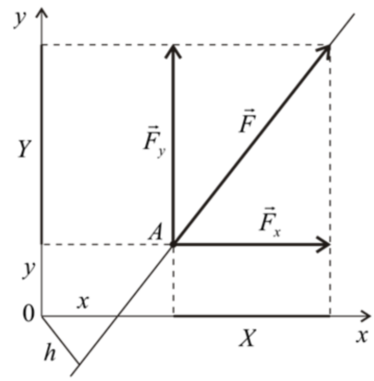
$$\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y$$

$$M_0\left(\vec{F}\right) = M_0\left(\vec{F}_x\right) + M_0\left(\vec{F}_y\right) \quad \textbf{(a)}$$

$$M_0\left(\vec{F}_x\right) = -Xy \quad \textbf{(b)}$$

$$M_0\left(\vec{F}_y\right) = Yx \quad \textbf{(c)}$$

$$\textbf{(b)}\wedge\textbf{(c)} \rightarrow \textbf{(a)} \Rightarrow \underline{M_0\left(\vec{F}\right) = Yx - Xy}$$



OSNOVI MAŠINSTVA

Izneti zaključak može da se primeni za izračunavanje momenta sile za koordinatni početak kao momentne tačke.

MOMENT RAVANSKOG SISTEMA SUČELJNIH SILA ZA TAČKU

$$\left(\vec{R}_{1,2}\right) \equiv \left(\vec{F}_1, \vec{F}_2\right) \Rightarrow M_0\left(\vec{R}_{1,2}\right) = M_0\left(\vec{F}_1\right) + \vec{M}_0\left(\vec{F}_2\right) \qquad \textbf{(a)}$$

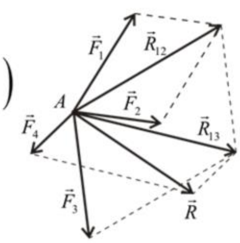
$$\left(\vec{R}_{1,3}\right) \equiv \left(\vec{R}_{1,2}, \vec{F}_2\right) \Rightarrow M_0\left(\vec{R}_{1,3}\right) = M_0\left(\vec{R}_{1,2}\right) + \vec{M}_0\left(\vec{F}_3\right) \qquad \textbf{(b)}$$

$$\left(\vec{R}\right) \equiv \left(\vec{R}_{1,3}, \vec{F}_4\right) \Rightarrow M_0\left(\vec{R}\right) = M_0\left(\vec{R}_{1,3}\right) + \vec{M}_0\left(\vec{F}_4\right) \qquad \textbf{(c)}$$

(a)→(b)→(c):

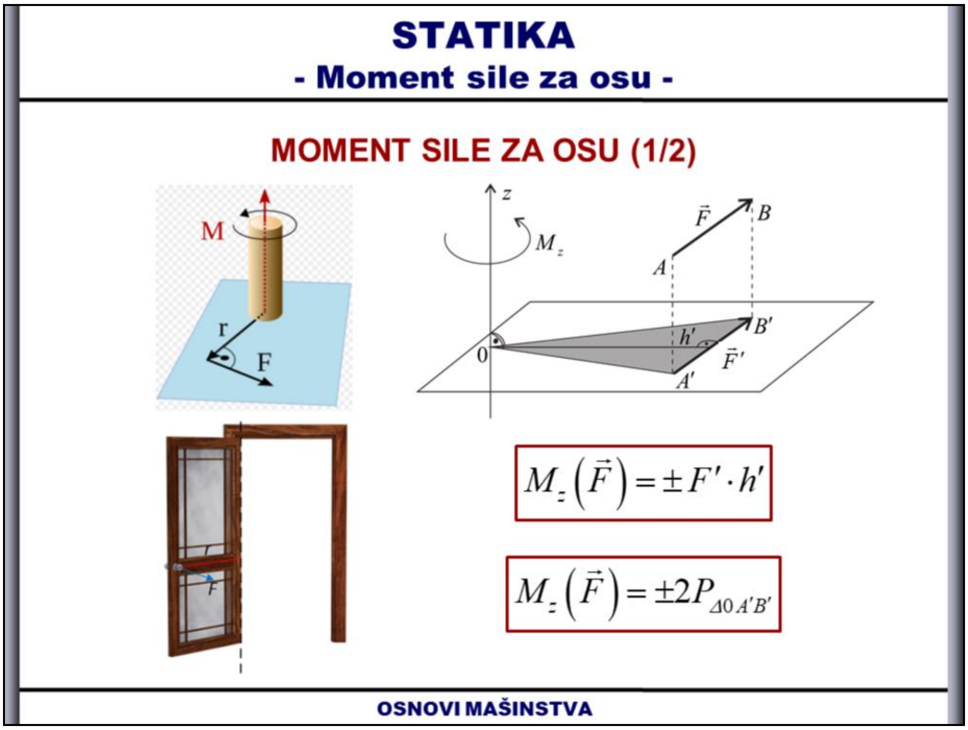
$$M_0\left(\vec{R}\right) = M_0\left(\vec{F}_1\right) + M_0\left(\vec{F}_2\right) + \vec{M}_0\left(\vec{F}_3\right) + M_0\left(\vec{F}_4\right)$$

$$\vec{R} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i; \quad \boxed{M_0\left(\vec{R}\right) = \sum_{i=1}^{n} M_0\left(\vec{F}_i\right)}$$



Primenom postupka za dve sile, dolazi se do zaključka da dati postupak važi i za sistem *n* sučeljnih sila.

Moment rezultante ravanskog sistema sučeljnih sila za momentnu tačku jednak je algebarskom zbiru momenata komponentnih sila za istu momentnu tačku u ravni dejstva sila.



Ako je telo vezano u ma koje dve tačke, može se pod dejstvom sile obrtati oko ose koja prolazi kroz te dve tačke.

Ove dve tačke, i sve tačke vezanog tela koje se nalaze na pravoj koja prolazi kroz te dve tačke, ostaju nepokretne sve vreme kretanja tela.

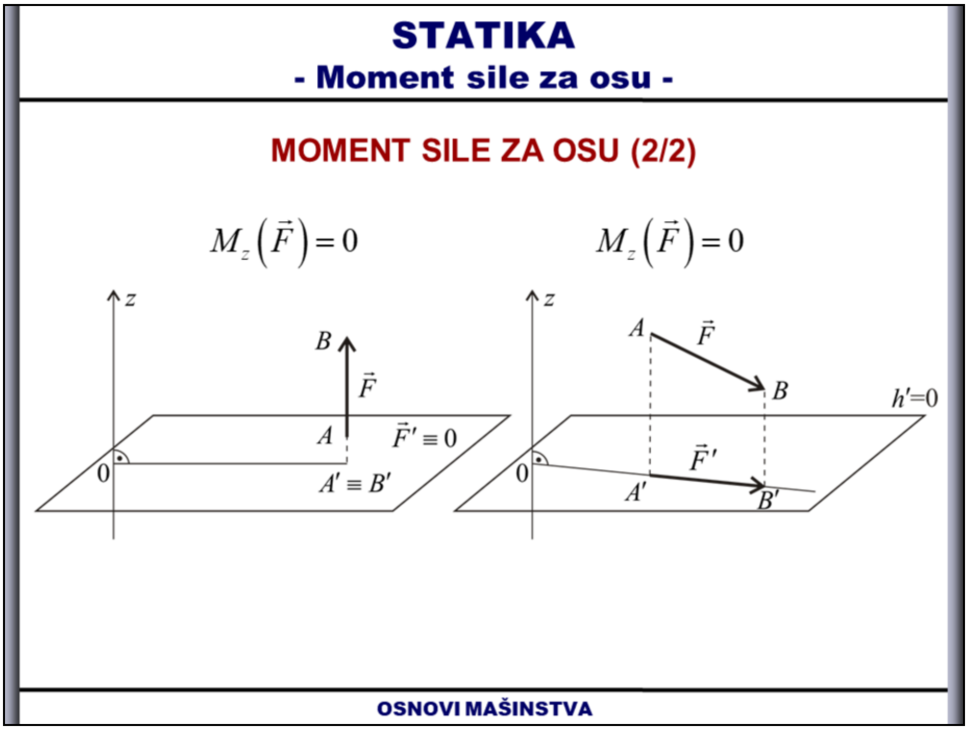
Putanje tačaka krutog tela su kružne i nalaze se u ravni upravnoj na osu obrtanja.

Obrtno dejstvo sile na vezano telo koje se može obrtati oko nepokretne ose izražava se veličinom koja se naziva **moment sile za osu**.

Moment sile za osu karakteriše obrtni efekat sile na telo oko neke ose.

Moment sile za osu jednak je proizvodu projekcije sile na ravan koja je upravna na tu osu i dužine normale spuštene iz presečne tačke te ose i ravni na pravac te projekcije.

Moment sile za osu je **skalarna veličina**.



Moment sile za osu jednak je nuli u sledećim slučajevima:

a) Napadna linija sile je paralelna osi za koju se traži moment;

b) Napadna linija sile seče osu za koju se traži moment.

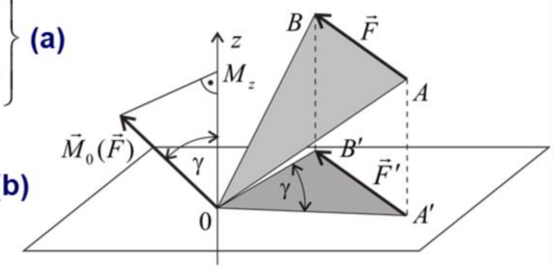
STATIKA

- Moment sile za osu vs. Moment sile za tačku -

ZAVISNOST IZMEĐU MOMENTA SILE ZA OSU I MOMENTA SILE ZA TAČKU

$$\left.\begin{array}{c} P_{\Delta 0A'B'} = P_{\Delta 0AB}\cos\gamma \\ \Downarrow \\ 2P_{\Delta 0A'B'} = 2P_{\Delta 0AB}\cos\gamma \end{array}\right\} \textbf{(a)}$$

$$\left.\begin{array}{c} M_z\left(\vec{F}\right) = 2P_{\Delta 0A'B'} \\ M_0\left(\vec{F}\right) = 2P_{\Delta 0AB} \end{array}\right\} \textbf{(b)}$$



(b)→(a) $\Rightarrow M_z\left(\vec{F}\right) = M_0\left(\vec{F}\right)\cos\gamma = M_{0z}\left(\vec{F}\right)$

$$\boxed{M_z\left(\vec{F}\right) = M_{0z}\left(\vec{F}\right) = \left|\vec{M}_0\left(\vec{F}\right)\right|\cos\gamma\ .}$$

Moment sile za osu jednak je projekciji na tu osu momenta sile za ma koju tačku te ose.

Kontrolna pitanja 3

1. Šta predstavlja ravanski sistem sučeljnih sila?
2. Izvršiti slaganje dveju kolinearnih sila; diskutovati na šta se mogu svesti.
3. Formulisati slaganje sistema sučeljnih sila u ravni.
4. Formulisati ravnotežu sistema sučeljnih sila i pokazati to na primeru.
5. Jednačine ravnoteže ravanskog sistema sučeljnih sila.

Nastavak ⇨

Kontrolna pitanja 3

6. Objasniti moment sile za tačku. Kada je moment sile za tačku jednak nuli?
7. Kako se može predstaviti moment sile za tačku preko površine?
8. Objasniti moment sile za osu. Kada je moment sile za osu jednak nuli?
9. Koja je veza između momenta sile za tačku i momenta sile za osu?

PRILOG ⇨

PRILOG

Analitički način definisanja sile – projekcije i komponente sile

Ortogonalnom projekcijom a_x vektora $\vec{a}$ na osu x naziva se dužina odsečka $\overline{A'B'}$ na osi x, ili na ma kojoj njoj paralelnoj osi.

Odsečak $\overline{A'B'}$ odvajaju ravni postavljene kroz krajeve A i B vektora $\vec{a}$ upravno na osu.

Projekcija ima znak “+” ili “-” prema tome da li vektor $\vec{a}_x$ ima isti ili suprotan smer ose x.

Ortogonalna projekcija a_x vektora $\vec{a}$ na osu x jednaka je proizvodu intenziteta tog vektora i kosinusa ugla između vektora i ose:

$$a_x = a \cos\alpha$$

PRILOG

Analitički način definisanja sile – projekcije i komponente sile

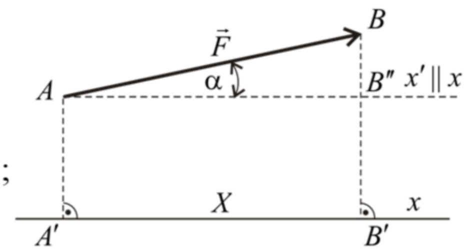
$$\vec{a} = \overrightarrow{AB}; \quad \vec{F} = u_F \cdot \vec{a};$$

$$F = \left|\vec{F}\right| = u_F \left|\vec{a}\right| = u_F \cdot a;$$

$$X = u_F a_x; \quad a_x = a\cos\alpha \;\; / \cdot u_F;$$

$$\underbrace{u_F a_x}_{X} = \underbrace{u_F a}_{F}\cos\alpha$$

$$X = F\cos\alpha$$



Projekcija sile na osu x

Projekcija X sile $\vec{F}$ na osu x je skalarna veličina, jednaka proizvodu intenziteta sile i kosinusa ugla između sile i ose:

$$X = F\cos\alpha$$

PRILOG

Analitički način definisanja sile – projekcije i komponente sile

- **Projekcija sile na osu može da se definiše i kao skalarni proizvod sile i jediničnog vektora (orta) te ose:**

$$X = F\cos\alpha = \vec{F}\cdot\vec{i} = \left|\vec{F}\right|\cdot\left|\vec{i}\right|\cos\alpha; \quad \left|\vec{i}\right| = 1$$

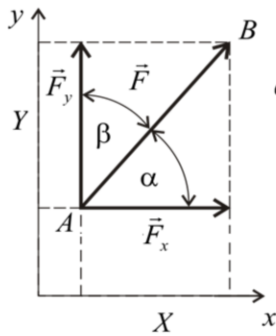
- **Sila $\vec{F}$ se može razložiti u dve komponente, $\vec{F}_x$ i $\vec{F}_y$, čije su napadne linije paralelne osama Dekartovog koordinatnog sistema u ravni 0*xy*:**

$$\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y, \quad \vec{F} = X\vec{i} + Y\vec{j} \;\Rightarrow\; \vec{F}_x = X\vec{i}, \quad \vec{F}_y = Y\vec{j}$$

PRILOG

Analitički način definisanja sile – projekcije i komponente sile

- **Ako su poznate projekcije *X* i *Y* sile $\vec{F}$, tada je ta sila potpuno definisana na analitički način:**



$$X = F\cos\alpha;$$

$$\alpha + \beta = 90^\circ; \quad \cos\beta = \cos\left(90^\circ - \alpha\right) = \sin\alpha;$$

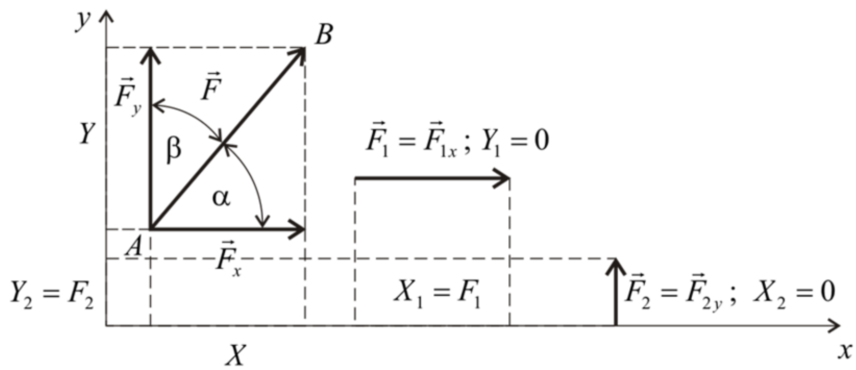
$$Y = F\cos\beta = F\sin\alpha;$$

$$X^2 + Y^2 = F^2 \;\Rightarrow\; F = \sqrt{X^2 + Y^2};$$

$$\cos\alpha = \frac{X}{F}, \qquad \cos\beta = \frac{Y}{F}.$$

PRILOG

Analitički način definisanja sile – projekcije i komponente sile



Projekcije sila na osu za karakteristične položaje napadnih linija